7

OPPGAVEHEFTE · MATEMATIKK 1T

Trigonometri

Overskriftene viser til delkapitlene i boka. Først kommer et formelark for hele kapittelet. Under hver overskrift står gjennomregnede eksempler med løsning, og deretter oppgaver. Oppgaver der det står at du kan bruke kalkulator, er som på del 2 av eksamen. De andre skal løses uten hjelpemidler. Fasiten står bakerst.

Formelark

RETTVINKLEDE TREKANTER

Pytagorassetningen

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Sinus, cosinus og tangens

$$\sin v = \frac{\text{mot}}{\text{hyp}} \quad \cos v = \frac{\text{hos}}{\text{hyp}} \quad \tan v = \frac{\text{mot}}{\text{hos}}$$

Eksakte verdier

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Formlikhet

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

- $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$.

ALLE TREKANTER

Supplementvinkler

$\sin(180^\circ - v) = \sin v \qquad \cos(180^\circ - v) = -\cos v$

Arealsetningen

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussetningen

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Cosinussetningen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

- $\sin v = k$ gir to mulige vinkler. Sjekk vinkelsummen.
- Cosinussetningen gir alltid én vinkel.

7.1.1 Pytagorassetningen

EKSEMPEL *Finn den ukjente siden*

a) Katetene er 6 og 8. Finn hypotenusen.

b) Hypotenusen er 13 og den ene kateten 5. Finn den andre kateten.

c) Finn diagonalen i et kvadrat med side 4. Svar eksakt.

Løsning

a) $c^2 = 36 + 64 = 100$, så $c = 10$.

b) $b^2 = 169 - 25 = 144$, så $b = 12$.

c) $d^2 = 16 + 16 = 32$, så $d = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

■

EKSEMPEL *Er trekanten rettvinklet?*

Er trekanten med sidene 7, 24 og 25 rettvinklet? Hva med 5, 6 og 8?

Løsning

$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$. Ja, den er rettvinklet.

$5^2 + 6^2 = 61$, men $8^2 = 64$. Nei, den er ikke rettvinklet.

■

7.1 Finn hypotenusen.

a) Kateter 8 og 15

b) Kateter 7 og 24

c) Kateter 3 og 5 (eksakt)

7.2 Finn den ukjente kateten.

a) Hypotenus 25, katet 15

b) Hypotenus 9, katet 3 (eksakt)

7.3 Er trekanten rettvinklet?

a) 9, 12, 15

b) 6, 7, 9

c) 2, $\sqrt{5}$, 3

7.4 Finn diagonalen i et rektangel som er 5 bredt og 12 langt.

7.5 Finn høyden i en likesidet trekant med side 4. Svar eksakt.

7.6 Finn avstanden mellom punktene $(-2, 1)$ og $(4, 9)$.

7.7 En TV-skjerm er 32 tommer bred og 18 tommer høy. Hvor lang er diagonalen? Du kan bruke kalkulator.

7.8 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
print(math.sqrt(6**2 + 8**2))
```

7.9 Forklar beviset for Pytagorassetningen med et kvadrat med side $a + b$ og fire like trekanter.

7.2.1 Formlikhet

EKSEMPEL *Finn den ukjente siden*

Trekantene i figuren er formlike. Finn DF.

Løsning

Forholdet er $\frac{DE}{AB} = \frac{8}{4} = 2$. Da er $DF = 2 \cdot AC = 2 \cdot 5 = 10$.

■

EKSEMPEL *Trekant i trekant*

I trekant ABC er DE parallell med BC, med D på AB og E på AC. $AD = 4$, $AB = 10$ og $BC = 15$. Finn DE.

Løsning

Trekantene er formlike med forholdet $\frac{AD}{AB} = \frac{4}{10}$. Da er $DE = \frac{4}{10} \cdot 15 = 6$.

■

7.10 To formlike trekanter har sidene 4, 6, 8 og 6, x, y, der 6 samsvarer med 4. Finn x og y.

7.11 En person på 1,8 m kaster en skygge på 2,4 m. En flaggstang kaster samtidig en skygge på 12 m. Hvor høy er flaggstangen?

7.12 I trekant ABC er $DE \parallel BC$, med D på AB og E på AC. $AD = 2$, $AB = 8$ og $BC = 12$. Finn DE.

7.13 Er trekantene formlike? Trekant 1 har vinklene 50° og 60°. Trekant 2 har vinklene 70° og 50°.

7.14 To formlike trekanter har sider i forholdet 2 : 5. Den minste har areal 8. Finn arealet av den største.

7.15 Et kart har målestokk 1 : 50 000. En trekantet innsjø har en side på 3 cm på kartet. Hvor lang er siden i virkeligheten?

7.16 Hva er feil? «Trekantene med sidene $3, 4, 5$ og $5, 6, 7$ er formlike, fordi alle sidene er økt med 2.»

7.3.1 Tangens, sinus og cosinus

EKSEMPEL *Finn sidene eksakt*

En rettvinklet trekant har hypotenus 10 og en vinkel på 30°. Finn katetene eksakt.

Løsning

Motstående katet: $10 \sin 30° = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$.

Hosliggende katet: $10\cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

Sjekk med Pytagoras: $25 + 75 = 100$.

■

7.17 En rettvinklet trekant har katetene 5 og 12 og hypotenusen 13. Vinkelen v står mot kateten 5. Finn $\sin v$, $\cos v$ og $\tan v$.

7.18 Skriv eksakt.

a) $\sin 60^\circ$

b) $\cos 45^\circ$

c) $\tan 60^\circ$

d) $\tan 30^\circ$

7.19 En rettvinklet trekant har hypotenus 6 og en vinkel på 30°. Finn katetene eksakt.

7.20 En rettvinklet trekant har en vinkel på 60° og kateten 5 inntil vinkelen. Finn den andre kateten og hypotenusen eksakt.

7.21 Regn ut eksakt.

a) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$

b) $(\sin 45^\circ)^2$

c) $\sin 60^\circ \cdot \tan 30^\circ$

7.22 Forklar ved hjelp av en likesidet trekant hvorfor $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

7.23 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
print(round(math.tan(math.radians(45)), 2))
```

7.3.2 Beregninger i rettvinklede trekanter

EKSEMPEL *Stigen*

En stige på 5 m står med en vinkel på 70° mot bakken.

a) Hvor høyt når den?

b) Hvor langt fra veggen står foten?

Løsning

a) $5\sin 70^\circ \approx 4{,}70$ m

b) $5\cos 70^\circ \approx 1{,}71$ m

■

EKSEMPEL *Finn vinkelen*

a) En rettvinklet trekant har hypotenus 5 og en katet på 3 mot vinkelen v. Finn v.

b) En rampe stiger 1,2 m over en vannrett lengde på 4 m. Finn helningsvinkelen.

Løsning

a) $\sin v = \frac{3}{5}$, så $v = \sin^{-1}(0{,}6) \approx 36{,}9^\circ$.

b) $\tan v = \frac{1{,}2}{4} = 0{,}3$, så $v = \tan^{-1}(0{,}3) \approx 16{,}7^\circ$.

■

Du kan bruke kalkulator i denne delen.

7.24 En rettvinklet trekant har hypotenus 15 og en vinkel på 40°. Finn katetene.

7.25 Finn vinkelen v.

a) Hypotenus 8, katet 5 mot v

b) Katet 3 mot v, katet 8 inntil v

7.26 En stige på 6 m står med foten 1,5 m fra veggen. Hvilken vinkel danner stigen med bakken?

7.27 Et fly stiger med en vinkel på 12°. Hvor høyt er det når det har fløyet 5 km langs bakken?

7.28 En vei stiger 8 m på 100 m vannrett. Hva er stigningsvinkelen?

7.29 Du står 30 m fra et tre og ser toppen med en vinkel på 25°. Øynene dine er 1,7 m over bakken. Hvor høyt er treet?

7.30 Hva er feil? «Hypotenusen er $\frac{10}{\sin 30^\circ} = 5$ når kateten mot 30° er 10.»

7.31 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
print(round(math.degrees(math.atan(1)), 1))
```

7.4.1 Enhetssirkelen

EKSEMPEL *Eksakte verdier for stumpe vinkler*

Finn eksakt.

a) $\sin 150^\circ$ og $\cos 150^\circ$

b) $\sin 120^\circ$ og $\cos 120^\circ$

c) $\sin 90^\circ$, $\cos 90^\circ$ og $\cos 180^\circ$

Løsning

a) $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ og $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ og $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$.

c) Vinkelen 90° gir punktet $(0, 1)$, så $\sin 90^\circ = 1$ og $\cos 90^\circ = 0$. Vinkelen 180° gir $(-1, 0)$, så $\cos 180^\circ = -1$.

■

EKSEMPEL *Finn vinklene*

Finn alle vinkler v mellom 0° og 180° slik at

a) $\sin v = \frac{1}{2}$

b) $\cos v = -\frac{1}{2}$

Løsning

a) $v = 30° \vee v = 180° - 30° = 150°$.

b) $\cos 60° = \frac{1}{2}$, så $\cos 120° = -\frac{1}{2}$. Svaret er $v = 120°$.

7.32 Skriv eksakt.

a) $\sin 120°$

b) $\cos 120°$

c) $\sin 135°$

d) $\cos 90°$

7.33 Hvilke koordinater har punktet på enhetssirkelen for vinkelen

a) $150°$

b) $180°$

7.34 Finn alle vinkler v mellom $0°$ og $180°$.

a) $\sin v = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos v = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sin v = 0$

7.35 Finn alle vinkler v mellom $0°$ og $180°$ med $\sin v = 0{,}8$. Du kan bruke kalkulator.

7.36 Hvorfor er $\cos v$ negativ for stumpe vinkler?

7.37 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
for v in [45, 135]:
    print(round(math.sin(math.radians(v)), 3))
```

7.5.1 Arealsetningen

EKSEMPEL *Finn arealet*

Finn arealet av trekanten.

a) $a = 6$, $b = 8$ og $C = 30°$

b) $a = 10$, $b = 12$ og $C = 120°$ (eksakt)

c) $a = 7$, $b = 9$ og $C = 50°$ (med kalkulator)

Løsning

a) $T = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 12$

b) $T = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$

c) $T = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 \cdot \sin 50° \approx 24{,}13$

EKSEMPEL *Finn vinkelen*

En trekant har to sider på 5 og 12 og areal 15. Finn vinkelen mellom sidene.

Løsning

$15 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin C = 30 \sin C$, så $\sin C = \frac{1}{2}$. Da er $C = 30° \vee C = 150°$. Begge gir en trekant med areal 15.

7.38 Finn arealet eksakt.

a) $a = 6$, $b = 10$, $C = 30°$

b) $a = 4$, $b = 6$, $C = 60°$

c) $a = 8$, $b = 3$, $C = 150°$

7.39 Finn arealet av trekanten med $a = 9$, $b = 11$ og $C = 72°$. Du kan bruke kalkulator.

7.40 En trekant har areal 20, en side på 10 og vinkelen $30°$ mellom denne siden og siden x. Finn x.

7.41 En trekant har sider 4 og 9 og areal 9. Finn vinkelen mellom sidene.

7.42 Finn arealet av en likesidet trekant med side s uttrykt ved s.

7.43 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
print(round(0.5 * 6 * 10 *
math.sin(math.radians(30)), 1))
```

7.44 Forklar hvorfor arealsetningen også gjelder når vinkelen C er stump.

7.6.1 Sinussetningen

EKSEMPEL *Finn en side*

a) $A = 30°$, $B = 45°$ og $a = 10$. Finn b eksakt.

b) $A = 40°$, $B = 70°$ og $a = 8$. Finn b (med kalkulator).

Løsning

a) $b = \frac{10 \cdot \sin 45°}{\sin 30°} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{2}$

b) $b = \frac{8 \sin 70°}{\sin 40°} \approx 11{,}70$

EKSEMPEL *Én eller to trekanter?*

I trekant ABC er $A = 30°$, $a = 10$ og $b = 12$. Finn B.

Løsning

$\sin B = \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{10} = 0{,}6$. Kalkulatoren gir $B \approx 36{,}9°$. Den stumpe vinkelen er $B \approx 143{,}1°$. Med den er vinkelsummen $30° + 143{,}1° = 173{,}1° < 180°$, så den passer også. Det finnes to trekanter, med $B \approx 36{,}9°$ eller $B \approx 143{,}1°$.

7.45 I trekant ABC er $A = 30°$, $C = 45°$ og $a = 6$. Finn c eksakt.

7.46 I trekant ABC er $A = 50°$, $B = 65°$ og $c = 12$. Finn C og a. Du kan bruke kalkulator.

7.47 I trekant ABC er $A = 35°$, $a = 5$ og $b = 7$. Finn de mulige verdiene av B. Du kan bruke kalkulator.

7.48 I trekant ABC er $A = 120°$, $a = 10$ og $b = 6$. Finn B. Er det én eller to trekanter?

7.49 Forklar hvordan sinussetningen kan begrunnes med arealsetningen.

7.50 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
r = math.radians
print(round(6 * math.sin(r(45)) /
math.sin(r(30)), 2))
```

7.7.1 Cosinussetningen

EKSEMPEL *Finn den tredje siden*

a) $a = 5$, $b = 8$ og $C = 60°$. Finn c.

b) Seilbåten: $a = 10$, $b = 6$ og $C = 120°$. Finn c.

Løsning

a) $c^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 89 - 40 = 49$, så $c = 7$.

b) $c^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 136 + 60 = 196$, så $c = 14$. Båten er 14 km fra startpunktet. ∎

EKSEMPEL *Finn vinkelen*

a) En trekant har sidene 3, 5 og 7. Finn vinkelen mot siden 7.

b) En trekant har sidene 4, 6 og 5. Finn vinkelen mot siden 5 (med kalkulator).

Løsning

a) $\cos C = \frac{9 + 25 - 49}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2}$, så $C = 120°$.

b) $\cos C = \frac{16 + 36 - 25}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{27}{48} = 0{,}5625$, så $C \approx 55{,}8°$. ∎

7.51 Finn c eksakt.

a) $a = 5$, $b = 8$, $C = 60°$

b) $a = 3$, $b = 5$, $C = 120°$

c) $a = 2$, $b = 4$, $C = 60°$

7.52 En trekant har sidene 5, 7 og 8. Finn vinkelen mot siden 7.

7.53 En trekant har sidene 3, 5 og 7. Finn den største vinkelen.

7.54 Finn c når $a = 9$, $b = 12$ og $C = 40°$. Du kan bruke kalkulator.

7.55 En trekant har sidene 8, 10 og 12. Finn den største vinkelen. Du kan bruke kalkulator.

7.56 Vis at cosinussetningen blir Pytagorassetningen når $C = 90°$.

7.57 Hva skriver programmet ut?

Python

```
import math
a, b, C = 5, 8, 60
c2 = a**2 + b**2 -
2*a*b*math.cos(math.radians(C))
print(round(math.sqrt(c2), 2))
```

7.7.2 Sammensatte problemer

EKSEMPEL *Firkanten*

I firkanten ABCD er $AB = 6$, $AD = 8$, $BC = 5$, $CD = 7$ og $A = 60°$. Finn diagonalen BD og arealet av firkanten.

Løsning

Diagonalen. I trekant ABD gir cosinussetningen

$$BD^2 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 52, \quad BD = 2\sqrt{13} \approx 7{,}21$$

Arealet av ABD. $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 60° = 12\sqrt{3} \approx 20{,}78$.

Vinkel C *i trekant* BCD. Tre sider er kjent: $\cos C = \frac{25 + 49 - 52}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{22}{70}$, så $C \approx 71{,}7°$.

Arealet av BCD. $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sin 71{,}7° \approx 16{,}61$.

Svar. Arealet av firkanten er omtrent $20{,}78 + 16{,}61 = 37{,}39$. ∎

Du kan bruke kalkulator i denne delen.

7.58 En båt seiler 6 km nord og svinger så 60° mot øst og seiler 10 km. Hvor langt er den fra startpunktet?

7.59 Et parallellogram har sider 5 og 8 og en vinkel på 60°. Finn arealet og den korteste diagonalen eksakt.

7.60 Fra to punkter A og B, 300 m fra hverandre, ser du en båt C. $A = 62°$ og $B = 48°$. Finn avstanden AC.

7.61 I firkanten ABCD er $AB = 5$, $AD = 6$, $A = 90°$, $BC = 4$ og $CD = 7$. Finn diagonalen BD og arealet av firkanten.

7.62 En trekantet tomt har sidene 40 m, 50 m og 60 m. Finn arealet.

7.63 Hvilken setning bruker du først?

a) Kjent: tre sider. Finn arealet.

b) Kjent: to vinkler og en side. Finn en annen side.

Fasit

7.1.1 Pytagorassetningen

7.1
a) 17
b) 25
c) $\sqrt{34}$

7.2
a) 20
b) $\sqrt{81-9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

7.3
a) Ja, $81 + 144 = 225$.
b) Nei, $36 + 49 = 85 \neq 81$.
c) Ja, $4 + 5 = 9$.

7.4
13

7.5
$\sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$

7.6
$\sqrt{36+64} = 10$

7.7
$\sqrt{1024+324} = \sqrt{1348} \approx 36{,}7$ tommer

7.8
10.0

7.9
Arealet av det store kvadratet er $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Det består også av fire trekanter med areal $\frac{ab}{2}$ og et kvadrat med side c, altså $2ab + c^2$. Det gir $a^2 + b^2 = c^2$.

7.2.1 Formlikhet

7.10
Forholdet er $\frac{6}{4} = 1{,}5$, så $x = 9$ og $y = 12$.

7.11
$\frac{1{,}8}{2{,}4} \cdot 12 = 9$ m

7.12
$DE = \frac{2}{8} \cdot 12 = 3$

7.13
Ja. Den tredje vinkelen i trekant 1 er $70°$, så begge har $50°$, $60°$ og $70°$.

7.14
$8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 50$

7.15
$3 \cdot 50\,000$ cm $= 150\,000$ cm $= 1{,}5$ km

7.16
Formlikhet krever at sidene har samme *forhold*, ikke samme forskjell. $\frac{5}{3} \neq \frac{6}{4}$, så de er ikke formlike.

7.3.1 Tangens, sinus og cosinus

7.17
$\sin v = \frac{5}{13}$, $\cos v = \frac{12}{13}$, $\tan v = \frac{5}{12}$

7.18
a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7.19
$6 \sin 30° = 3$ og $6 \cos 30° = 3\sqrt{3}$.

7.20
Motstående katet: $5 \tan 60° = 5\sqrt{3}$.
Hypotenus: $\frac{5}{\cos 60°} = 10$.

7.21
a) 1
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$

7.22
Del en likesidet trekant med side 2 i to med høyden. Da får vi en rettvinklet trekant med hypotenus 2 og vinkel $30°$ øverst. Kateten mot $30°$ er halve grunnlinja, 1. Altså er $\sin 30° = \frac{1}{2}$.

7.23
1.0

7.3.2 Beregninger i rettvinklede trekanter

7.24
$15 \sin 40° \approx 9{,}64$ og $15 \cos 40° \approx 11{,}49$

7.25
a) $\sin v = \frac{5}{8}$, $v \approx 38{,}7°$
b) $\tan v = \frac{3}{8}$, $v \approx 20{,}6°$

7.26
$\cos v = \frac{1{,}5}{6} = 0{,}25$, $v \approx 75{,}5°$

7.27
$5 \tan 12° \approx 1{,}06$ km

7.28
$\tan v = 0{,}08$, $v \approx 4{,}6°$

7.29
$30 \tan 25° + 1{,}7 \approx 14{,}0 + 1{,}7 = 15{,}7$ m

7.30
$\frac{10}{\sin 30°} = \frac{10}{0{,}5} = 20$, ikke 5.
Hypotenusen er alltid lengre enn kateten.

7.31
45.0, siden $\tan 45° = 1$.

7.4.1 Enhetssirkelen

7.32
a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $-\frac{1}{2}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) 0

7.33
a) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
b) $(-1, 0)$

7.34
a) $45°$ og $135°$
b) $150°$
c) $0°$ og $180°$

7.35
$v \approx 53{,}1°$ og $v \approx 126{,}9°$

7.36
For en stump vinkel ligger punktet på enhetssirkelen til venstre for y-aksen, så x-koordinaten, som er $\cos v$, er negativ.

7.37
0.707 to ganger.

7.5.1 Arealsetningen

7.38
a) 15
b) $6\sqrt{3}$
c) 6

7.39
$\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 11 \cdot \sin 72° \approx 47{,}08$

7.40
$20 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$, så $x = 8$.

7.41
$9 = 18 \sin C$, $\sin C = \frac{1}{2}$, så $C = 30°$ eller $C = 150°$.

7.42
$\frac{1}{2} s^2 \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{4} s^2$

7.43
15.0

7.44
Høyden fra A havner utenfor trekanten, og vinkelen ved C i den rettvinklede trekanten er $180° - C$. Da er $h = b\sin(180° - C) = b\sin C$, så $T = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ab\sin C$.

7.6.1 Sinussetningen

7.45
$c = \frac{6\sin 45°}{\sin 30°} = 6\sqrt{2}$

7.46
$C = 65°$. $a = \frac{12\sin 50°}{\sin 65°} \approx 10{,}14$

7.47
$\sin B = \frac{7\sin 35°}{5} \approx 0{,}803$, så $B \approx 53{,}4°$ eller $B \approx 126{,}6°$. Begge gir vinkelsum under 180°.

7.48
$\sin B = \frac{6\sin 120°}{10} \approx 0{,}520$, så $B \approx 31{,}3°$. Den stumpe vinkelen gir vinkelsum over 180°, så det er bare én trekant.

7.49
$T = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$. Ganger vi med 2 og deler på abc, får vi $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$.

7.50
8.49, som er $6\sqrt{2}$.

7.7.1 Cosinussetningen

7.51
a) 7
b) $\sqrt{9 + 25 + 15} = 7$
c) $\sqrt{4 + 16 - 8} = 2\sqrt{3}$

7.52
$\cos v = \frac{25 + 64 - 49}{80} = \frac{1}{2}$, så $v = 60°$.

7.53
Mot siden 7: $\cos v = -\frac{1}{2}$, $v = 120°$.

7.54
$c = \sqrt{81 + 144 - 216\cos 40°} \approx 7{,}72$

7.55
$\cos v = \frac{64 + 100 - 144}{160} = 0{,}125$, $v \approx 82{,}8°$

7.56
$\cos 90° = 0$, så $c^2 = a^2 + b^2 - 0 = a^2 + b^2$.

7.57
7.0

7.7.2 Sammensatte problemer

7.58
Vinkelen i trekanten er 120°: $\sqrt{36 + 100 + 60} = 14$ km

7.59
Areal: $5 \cdot 8 \cdot \sin 60° = 20\sqrt{3}$. Den korteste diagonalen: $\sqrt{25 + 64 - 40} = 7$.

7.60
$C = 70°$. $AC = \frac{300\sin 48°}{\sin 70°} \approx 237{,}3$ m

7.61
$BD = \sqrt{61} \approx 7{,}81$. Areal ABD = 15. I BCD: $\cos C = \frac{16 + 49 - 61}{56} \approx 0{,}0714$, $C \approx 85{,}9°$, areal $\approx \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7\sin C \approx 13{,}96$. Totalt omtrent 28,96.

7.62
Vinkelen mot 60: $\cos v = \frac{1600 + 2500 - 3600}{4000} = 0{,}125$, $v \approx 82{,}8°$.
Areal $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 50\sin 82{,}8° \approx 992$ m^2.

7.63
a) Cosinussetningen (en vinkel), så arealsetningen.
b) Sinussetningen.