2 Algebra

Overskriftene viser til delkapitlene i boka. Først kommer et formelark for hele kapittelet. Under hver overskrift står gjennomregnede eksempler med løsning, og deretter oppgaver du skal løse uten hjelpemidler, som på del 1 av eksamen. Fasiten står bakerst.

Formelark

BOKSTAVUTTRYKK

Gange ut parenteser

$a(b+c) = ab + ac \qquad -(b-c) = -b + c$

To parenteser

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

- En identitet er sann for alle x, en likning bare for noen.

KVADRATSETNINGENE

Første kvadratsetning

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Andre kvadratsetning

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Konjugatsetningen

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- Ikke glem det midterste leddet $2ab$.

FAKTORISERING

Felles faktor

$$ab + ac = a(b+c)$$

Sum og produkt

$x^2 + (m+n)x + mn = (x+m)(x+n)$

Konjugatsetningen baklengs

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Fullstendig kvadrat

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

- Rekkefølge: felles faktor, så kvadratsetningene, så sum og produkt. Sjekk ved å gange ut.
- $x^2 + 9$ kan ikke faktoriseres med konjugatsetningen.

BRØKREGNING

Forkorting

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}, \quad c \neq 0$$

Gange og dele

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Legge sammen

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$$

- Bare faktorer kan forkortes, ikke ledd. Faktoriser først.
- Faktoriser nevnerne for å finne fellesnevneren. Nevneren kan ikke være null.

FORMLER

Formel fra tekst

$K = \text{fast pris} + \text{pris per enhet} \cdot n$

Sirkel og kule

$$A = \pi r^2 \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Fall

$$s = 5t^2 \qquad t = \sqrt{s/5}$$

Skalering med faktor k

$$\text{areal} \cdot k^2 \qquad \text{volum} \cdot k^3$$

- Sjekk en formel med et tall fra teksten eller tabellen.
- Gi eksakte svar på del 1: 9π og $5\sqrt{2}$.

2.1.1 Bokstavuttrykk

EKSEMPEL *Slå sammen like ledd*

Forenkle.

a) $3a + 2b - a + 4b$

b) $x^2 + 3x - 2x^2 + x - 5$

Løsning

a) $3a - a + 2b + 4b = 2a + 6b$

b) $x^2 - 2x^2 + 3x + x - 5 = -x^2 + 4x - 5$

■

EKSEMPEL *Gang ut og forenkle*

Gang ut og forenkle.

a) $3(2x - 4) - 2(x - 5)$

b) $(x + 3)(x - 2)$

Løsning

a) $6x - 12 - 2x + 10 = 4x - 2$

b) $x \cdot x + x \cdot (-2) + 3 \cdot x + 3 \cdot (-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$

■

EKSEMPEL *Hva slags likhet?*

Er likheten en likning eller en identitet?

a) $x(x + 2) = x^2 + 2x$

b) $x + 2 = 2x$

c) $(x + 1)^2 = x^2 + 1$

Løsning

a) Identitet. Ganger vi ut, får vi $x^2 + 2x$ på begge sider.

b) Likning. Den er sann bare for $x = 2$.

c) Likning. $x = 1$ gir 4 på venstre side og 2 på høyre side. Sidene er like bare for $x = 0$. (Hvorfor ser du i 2.2.1.)

■

2.1 Forenkle.

a) $7x - 3 + 2x + 8$

b) $5a + 2b - 3a - 6b$

c) $x^2 + 4x - 3x^2 + x$

2.2 Gang ut.

a) $5(x - 2)$

b) $-3(2a + 4)$

c) $2x(x + 3)$

d) $-(4 - x)$

2.3 Gang ut og forenkle.

a) $4(x + 1) - 3(x - 2)$

b) $2(3a - b) - (a - 5b)$

2.4 Regn ut verdien av $3x^2 - 2x + 5$ når

a) $x = 2$

b) $x = -2$

2.5 Regn ut verdien av $a^2 - 2ab + b^2$ når $a = 5$ og $b = 3$.

2.6 Gang ut og forenkle.

a) $(x + 2)(x + 5)$

b) $(x - 3)(x + 4)$

c) $(3x + 1)(x - 2)$

d) $(a + 2b)(a - b)$

2.7 Er det et uttrykk, en likning, en identitet eller en funksjon?

a) $5x - 2$

b) $5x - 2 = 8$

c) $5(x - 2) = 5x - 10$

d) $f(x) = 5x - 2$

2.8 Er likheten en identitet?

a) $x(x - 1) = x^2 - x$

b) $(x + 2)^2 = x^2 + 4$

c) $2(x + 3) - 6 = 2x$

2.9 Hva er feil? $7 - (x + 2) = 7 - x + 2 = 9 - x$

2.10 En trekant har sider x, $x + 2$ og $2x - 1$. Finn et forenklet uttrykk for omkretsen.

2.11 Et rektangel har sider $x + 4$ og $x - 2$. Finn et forenklet uttrykk for arealet.

2.12 Tenk på et tall, legg til 5, gang med 2, trekk fra 4, del på 2, og trekk fra tallet du startet med. Vis med algebra at svaret alltid blir 3.

2.13 Hva blir utskriften? Hva tyder den på?

Python

```
for x in [1, 2, 3]:
    print(x, 3*(x - 2) + 6, 3*x)
```

2.14 Vis at $(n + 1)(n + 2) - n(n + 3) = 2$ for alle n.

2.15 Gang ut og forenkle $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$.

2.2.1 Kvadratsetningene

EKSEMPEL *Bruk kvadratsetningene*

Gang ut.

a) $(x + 5)^2$

b) $(3x - 2)^2$

Løsning

a) $x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

b) $(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$

■

EKSEMPEL *Konjugatsetningen*

a) Gang ut $(2a+3b)(2a-3b)$.

b) Regn ut $49 \cdot 51$ i hodet.

Løsning

a) $(2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

b) $49 \cdot 51 = (50-1)(50+1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499$

EKSEMPEL *Hoderegning med kvadratsetningene*

Regn ut i hodet.

a) 21^2

b) 99^2

Løsning

a) $(20+1)^2 = 400 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1 = 441$

b) $(100-1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9801$

2.16 Gang ut.

a) $(x+6)^2$

b) $(x-5)^2$

c) $(x+7)(x-7)$

2.17 Gang ut.

a) $(2x+3)^2$

b) $(3a-1)^2$

c) $(4x+5)(4x-5)$

2.18 Gang ut.

a) $(a+2b)^2$

b) $(x-y)^2$

c) $(2a-3b)(2a+3b)$

2.19 Regn ut i hodet med kvadratsetningene.

a) 41^2

b) 39^2

c) 101^2

2.20 Regn ut i hodet med konjugatsetningen.

a) $29 \cdot 31$

b) $58 \cdot 62$

c) $999 \cdot 1001$

2.21 Forenkle.

a) $(x+3)^2 - (x-3)^2$

b) $(x+5)(x-5) - (x-5)^2$

c) $2(x+1)^2 - (x+2)(x-2)$

2.22 Finn tallene som mangler.

a) $(x - \square)^2 = x^2 - 8x + \square$

b) $(\square x + 3)^2 = 4x^2 + \square x + 9$

2.23 Hva er feil? $(x-4)^2 = x^2 - 16$

2.24 Et kvadrat har side $x+3$. Et mindre kvadrat med side x klippes ut av det. Finn et forenklet uttrykk for arealet som er igjen.

2.25 Hva blir utskriften? Hva viser det?

Python

```
for x in range(5):
    print((x + 2)**2 - (x**2 + 4*x + 4))
```

2.26 Vis at $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$.

2.27 Bruk andre kvadratsetning til å vise at $a^2 + b^2 \geqslant 2ab$ for alle reelle tall a og b.

2.28 Regn ut $(x+1)^2 + (x-1)^2$, og forenkle.

2.29 Regn ut $1{,}01^2$ uten kalkulator.

2.3.1 Faktorisering

EKSEMPEL *Sett felles faktor utenfor*

Faktoriser så langt som mulig.

a) $4x^2 - 8x$

b) $6a^2b + 9ab^2$

Løsning

a) Begge leddene har faktoren $4x$: $4x^2 - 8x = 4x \cdot x - 4x \cdot 2 = 4x(x-2)$.

b) Felles faktor er $3ab$: $6a^2b + 9ab^2 = 3ab(2a+3b)$.

Sjekk ved å gange ut: $4x(x-2) = 4x^2 - 8x$. Det stemmer.

EKSEMPEL *Faktoriser ved gruppering*

Faktoriser $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$.

Løsning

$x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = x^2(x+2) + 3(x+2) = (x^2+3)(x+2)$

Parentesen $(x+2)$ er felles for begge gruppene, så den settes utenfor.

EKSEMPEL *Finn tallene*

Faktoriser.

a) $x^2 + 7x + 10$

b) $x^2 - x - 12$

Løsning

a) $2 \cdot 5 = 10$ og $2 + 5 = 7$, så $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$.

b) Tallparene med produkt -12 er blant annet 3 og -4, og $3 + (-4) = -1$. Altså er $x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$.

2.30 Faktoriser.

a) $3x + 12$

b) $10a - 15$

c) $x^2 - 5x$

d) $6x^2 + 9x$

2.31 Faktoriser.

a) $4a^2b - 6ab^2$

b) $x^3 + x^2$

2.32 Faktoriser.

a) $x^2 + 6x + 8$

b) $x^2 + 9x + 20$

c) $x^2 - 7x + 10$

2.33 Faktoriser.

a) $x^2 + x - 12$

b) $x^2 - 3x - 10$

c) $x^2 - x - 20$

2.34 Faktoriser ved gruppering.

a) $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$

b) $ab + 2a + 3b + 6$

2.35 Faktoriser så langt som mulig.

a) $2x^2 + 14x + 24$

b) $5x^2 - 5x - 30$

2.36 Hvilken faktorisering av $x^2 + 4x - 21$ er riktig: $(x + 7)(x - 3)$ eller $(x - 7)(x + 3)$?

2.37 Hva er feil? $3x^2 - 6x = 3x(x - 6)$

2.38 Et rektangel har areal $x^2 + 7x + 12$. Sidene er på formen $x + m$ og $x + n$. Finn sidene.

2.39 Løs likningene ved å faktorisere.

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $(x - 2)(x + 7) = 0$

2.40 Hva skriver programmet ut? Hva er faktoriseringen av $x^2 - 2x - 15$?

Python

```
b = -2
c = -15
for m in range(-10, 11):
    n = b - m
    if m * n == c:
        print(m, n)
```

2.41 Faktoriser $x^4 - 10x^2 + 9$ som et produkt av to andregradsuttrykk.

2.42 For hvilke hele tall b kan $x^2 + bx + 12$ faktoriseres som $(x + m)(x + n)$ med hele tall m og n?

2.43 Faktoriser $n^2 + n$, og forklar hvorfor $n^2 + n$ alltid er et partall.

2.4.1 Faktorisering med kvadratsetningene

EKSEMPEL *Differanse mellom kvadrater*

Faktoriser så langt som mulig.

a) $x^2 - 16$

b) $4x^2 - 25$

c) $2x^2 - 18$

Løsning

a) $x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$

b) $(2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5)$

c) $2(x^2 - 9) = 2(x + 3)(x - 3)$

■

EKSEMPEL *Kjenn igjen et fullstendig kvadrat*

Faktoriser så langt som mulig.

a) $x^2 - 10x + 25$

b) $9x^2 + 12x + 4$

c) $3x^2 + 12x + 12$

Løsning

a) $a = x$ og $b = 5$, og $2 \cdot x \cdot 5 = 10x$. Altså er det $(x - 5)^2$.

b) $a = 3x$ og $b = 2$, og $2 \cdot 3x \cdot 2 = 12x$. Altså er det $(3x + 2)^2$.

c) $3(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)^2$

■

EKSEMPEL *Faktoriser så langt som mulig*

Faktoriser $x^3 - 4x$ så langt som mulig.

Løsning

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x + 2)(x - 2)$$

■

2.44 Faktoriser.

a) $x^2 - 64$

b) $16x^2 - 9$

c) $1 - a^2$

2.45 Faktoriser.

a) $4a^2 - 25b^2$

b) $x^2y^2 - 1$

2.46 Faktoriser.

a) $x^2 + 10x + 25$

b) $x^2 - 12x + 36$

c) $9x^2 + 6x + 1$

d) $4x^2 - 20x + 25$

2.47 Faktoriser så langt som mulig.

a) $5x^2 - 20$

b) $x^3 - 25x$

c) $3x^2 + 18x + 27$

2.48 Faktoriser så langt som mulig.

a) $2x^3 - 8x^2 + 8x$

b) $x^4 - 81$

2.49 Kan uttrykket faktoriseres med konjugatsetningen?

a) $x^2 - 100$

b) $x^2 + 100$

c) $4x^2 - 1$

2.50 Er uttrykket et fullstendig kvadrat?

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $x^2 + 6x + 8$

c) $x^2 - 4x + 4$

2.51 a) Finn c slik at $x^2 - 14x + c$ er et fullstendig kvadrat.

b) Finn b slik at $x^2 + bx + 25$ er et fullstendig kvadrat.

2.52 Regn ut uten kalkulator.

a) $67^2 - 33^2$

b) $15^2 - 5^2$

c) $1000^2 - 999^2$

2.53 Hva er feil? $9x^2 - 4 = (9x + 2)(9x - 2)$

2.54 Forklar hvorfor $x^2 + 4$ ikke kan skrives som $(x - a)(x - b)$ med reelle tall a og b.

2.55 Faktoriser $x^2 - 2$ med røtter.

2.56 Hva blir utskriften?

Python

```
for x in [-3, 0, 3]:
    print(x**2 - 9, (x - 3)*(x + 3))
```

2.57 Bevis at $n^2 - 1$ er delelig med 8 når n er et oddetall.

2.5.1 Forkorte rasjonale uttrykk

EKSEMPEL *Når er nevneren null?*

For hvilke verdier av x er uttrykket ikke definert?

a) $\dfrac{x+1}{x-3}$

b) $\dfrac{5}{x^2-4}$

Løsning

a) $x - 3 = 0$ for $x = 3$.

b) $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$ er null for $x = -2$ og $x = 2$.

EKSEMPEL *Faktoriser og forkort*

Forkort så mye som mulig.

a) $\dfrac{6x+9}{3}$

b) $\dfrac{x^2-4}{x-2}$

c) $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-9}$

Løsning

a) $\dfrac{3(2x+3)}{3} = 2x + 3$

b) $\dfrac{(x+2)(x-2)}{x-2} = x + 2$, for $x \neq 2$.

c) $\dfrac{(x+2)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \dfrac{x+2}{x-3}$, for $x \neq -3$ og $x \neq 3$.

EKSEMPEL *Motsatte faktorer*

Forkort $\dfrac{2-x}{x-2}$.

Løsning

$$\frac{2-x}{x-2} = \frac{-(x-2)}{x-2} = -1, \quad x \neq 2$$

2.58 For hvilke x er uttrykket ikke definert?

a) $\dfrac{x+2}{x-4}$

b) $\dfrac{3}{x^2-25}$

c) $\dfrac{x}{2x+8}$

2.59 Forkort.

a) $\dfrac{5x+10}{5}$

b) $\dfrac{x^2-2x}{x}$

c) $\dfrac{12a^2b}{4ab}$

2.60 Forkort.

a) $\dfrac{x^2-16}{x-4}$

b) $\dfrac{x^2-1}{x+1}$

2.61 Forkort.

a) $\dfrac{x^2+7x+12}{x+3}$

b) $\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}$

2.62 Forkort.

a) $\dfrac{x^2-25}{x^2+10x+25}$

b) $\dfrac{2x+6}{x^2-9}$

c) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-9}$

2.63 Forkort.

a) $\dfrac{3-x}{x-3}$

b) $\dfrac{x-4}{16-x^2}$

2.64 Kan brøken forkortes?

a) $\dfrac{x+2}{2}$

b) $\dfrac{2x}{2}$

c) $\dfrac{x^2+2}{x}$

2.65 Martin forkorter $\dfrac{x^2+4}{x+2}$ til $x+2$. Hva er feil?

2.66 Forklar forskjellen på $\dfrac{x+3}{3}$ og $\dfrac{3x}{3}$.

2.67 Forkort.

a) $\dfrac{x^3-4x}{x^2+2x}$

b) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$

c) $\dfrac{x^2+5x}{x^2-25}$

2.68 Hva blir utskriften?

Python

```
for x in [4, 5, 6]:
    print((x**2 - 9) / (x - 3))
```

2.69 For hvilke x er $\dfrac{x^2-4}{x-2} = x+2$?

2.5.2 Regning med rasjonale uttrykk

EKSEMPEL *Gang og del*

Forenkle.

a) $\dfrac{x}{x^2-16} \cdot \dfrac{x+4}{x^2}$

b) $\dfrac{x^2-9}{2x} : \dfrac{x+3}{4x^2}$

Løsning

a)

$$\frac{x}{(x+4)(x-4)} \cdot \frac{x+4}{x \cdot x} = \frac{1}{x(x-4)}$$

b)

$$\frac{(x+3)(x-3)}{2x} \cdot \frac{4x^2}{x+3} = \frac{(x-3)\cdot 4x^2}{2x} = 2x(x-3)$$

■

EKSEMPEL *Fellesnevner*

Skriv som én brøk.

a) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{2x}$

b) $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{1}{x+3}$

Løsning

a) $\dfrac{2\cdot 2}{2x} + \dfrac{3}{2x} = \dfrac{7}{2x}$

b)

$$\frac{x+3}{(x-3)(x+3)} - \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+3-x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{6}{x^2-9}$$

Legg merke til parentesen rundt $x-3$ i den andre telleren: Minus gjelder hele telleren.

■

2.70 Forenkle.

a) $\dfrac{3}{x} \cdot \dfrac{x^2}{6}$

b) $\dfrac{4a}{b} \cdot \dfrac{b^2}{2a}$

c) $\dfrac{x}{5} : \dfrac{x^2}{10}$

2.71 Skriv som én brøk.

a) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{5}{x}$

b) $\dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{6}$

c) $\dfrac{1}{3x} + \dfrac{1}{6x}$

2.72 Skriv som én brøk.

a) $\dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{2x}$

b) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$

2.73 Skriv som én brøk.

a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$

b) $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{1}{x}$

2.74 Skriv som én brøk.

a) $\dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{x+2}$

b) $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{3}{x-3}$

2.75 Forenkle.

a) $\dfrac{x^2-4}{3x} \cdot \dfrac{6x^2}{x+2}$

b) $\dfrac{x+1}{x^2-9} : \dfrac{x+1}{x+3}$

2.76 Skriv $\dfrac{3}{x^2-4} + \dfrac{1}{x-2}$ som én brøk.

2.77 Hva er feil? $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{2+x}$

2.78 Vis at $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{2}{x(x+2)}$.

2.79 Forenkle $\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}$.

2.80 Hva blir utskriften? Skriv tallene som brøker.

Python

```
x = 4
print(1/x + 1/(x + 1))
print((2*x + 1)/(x*(x + 1)))
```

2.81 Regn ut $\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{9\cdot 10}$ uten kalkulator. Bruk at $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$.

2.82 Finn A og B slik at $\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$.

2.6.1 Sette opp og bruke formler

EKSEMPEL *Formel fra en tekst*

En filmklubb koster 200 kr i medlemskap per år, og så 60 kr per film. Sett opp en formel for den årlige kostnaden K når du ser n filmer, og finn kostnaden for 12 filmer.

Løsning

1 film: $200+60\cdot 1$. 2 filmer: $200+60\cdot 2$. Altså er

$$K = 200+60n$$

For 12 filmer er $K = 200+60\cdot 12 = 920$ kr. ∎

EKSEMPEL *Formel fra en tabell*

Tabellen viser prisen P for å leie en sykkel i t timer. Finn en formel for P.

t (timer)	1	2	3	4
P (kr)	35	50	65	80

Løsning

Prisen øker med 15 kr per time, og for 0 timer ville den vært $35-15=20$ kr. Altså er $P = 15t+20$. Sjekk: $t=3$ gir $45+20=65$. ∎

2.83 Et rektangel er 8 cm langt og 5 cm bredt. Bruk formlene $A = l\cdot b$ og $O = 2l+2b$.

a) Finn arealet.

b) Finn omkretsen.

2.84 Bruk $F = 1{,}8\ C+32$ og gjør om til Fahrenheit.

a) $0\,^\circ$ C

b) $100\,^\circ$ C

c) $-40\,^\circ$ C

2.85 En taxi koster $P = 60+14k$ kroner for k kilometer. Hva koster en tur på 10 km?

2.86 En strømavtale koster 300 kr i fastbeløp per måned og 1,20 kr per kWh. Sett opp en formel for månedsprisen P når du bruker k kWh, og finn prisen for 500 kWh.

2.87 Volumet av en sylinder er $V = \pi r^2 h$. Hvilke størrelser er variabler, og hvilke er konstanter?

2.88 Finn en formel for y uttrykt ved x.

a)

x	1	2	3	4
y	7	11	15	19

b)

x	0	2	4	6
y	10	16	22	28

2.89 Abonnement A koster 49 kr per måned pluss 2 kr per GB. Abonnement B koster 149 kr per måned med fri bruk.

a) Sett opp formler for prisen for g GB.

b) Ved hvor mange GB koster de like mye?

2.90 En taxi har startpris 45 kr og koster 8 kr per kilometer. Ola skriver $P = 8+45x$. Hva er riktig formel?

2.91 En billett koster 200 kr for voksne og 120 kr for barn.

a) Sett opp en formel for prisen for v voksne og b barn.

b) Hva koster det for 3 voksne og 2 barn?

2.92 En kvadratisk hage med side x meter skal ha gjerde rundt, med en åpning på 1 m til porten. Sett opp en formel for lengden av gjerdet.

2.93 *Python* Hva blir utskriften? Hva koster en taxitur på 15 km?

```
for k in range(0, 21, 5):
    print(k, 60 + 14*k)
```

2.94 Summen av vinklene i en mangekant med n hjørner er $180(n-2)$ grader.

a) Hva er vinkelsummen i en sekskant?

b) En mangekant har vinkelsum 1080°. Hvor mange hjørner har den?

2.95 En butikk selger epler til 5 kr per stk. og pærer til 7 kr per stk. Sett opp en formel for prisen for e epler og p pærer. Hva koster 10 epler og 4 pærer?

2.6.2 Formler med potenser og røtter

EKSEMPEL *Areal og volum*

a) Finn arealet av en sirkel med radius 3 cm. Svar eksakt.

b) En stein slippes fra en klippe. Hvor langt har den falt etter 3 sekunder?

Løsning

a) $A = \pi \cdot 3^2 = 9\pi\,\text{cm}^2$

b) $s = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45\,\text{m}$

■

EKSEMPEL *Modell av et hus*

En modell av et hus er laget i målestokk 1 : 50. Hvor mange ganger større er gulvarealet og volumet i det ekte huset?

Løsning

Gulvarealet er $50^2 = 2500$ ganger så stort, og volumet er $50^3 = 125\,000$ ganger så stort.

■

EKSEMPEL *Finn lengden og tiden*

a) En terning har volum $64\,\text{cm}^3$. Hvor lang er siden?

b) Hvor lang tid tar det å falle 80 m?

c) Et kvadrat har areal $50\,\text{cm}^2$. Hvor lang er siden? Svar eksakt.

Løsning

a) $a = \sqrt[3]{64} = 4\,\text{cm}$

b) $t^2 = \dfrac{80}{5} = 16$, så $t = \sqrt{16} = 4\,\text{s}$.

c) $a = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}\,\text{cm}$

■

2.96 Bruk $s = 5t^2$. Hvor langt har en gjenstand falt etter

a) 1 sekund?

b) 5 sekunder?

c) 0,5 sekunder?

2.97 En terning har side 4 cm. Finn volumet og overflaten.

2.98 Finn arealet av en sirkel med radius

a) 4 cm

b) 10 cm

Svar eksakt.

2.99 Finn volumet av en kule med radius 3 cm. Svar eksakt.

2.100 Alle lengdene i en figur ganges med k. Hvor mange ganger så stort blir arealet og volumet når

a) $k = 2$?

b) $k = 10$?

2.101 På en tegning i målestokk 1 : 100 har et rom et areal på $12\,\text{cm}^2$. Hvor stort er rommet i virkeligheten, i m^2?

2.102 Bruk $s = 5t^2$. Hvor lang tid tar det å falle

a) 20 m?

b) 180 m?

2.103 Finn siden i en terning med volum

a) $216\,\text{cm}^3$

b) $1000\,\text{cm}^3$

2.104 Finn siden i et kvadrat med areal

a) $72\,\text{cm}^2$

b) $32\,\text{cm}^2$

Svar eksakt.

2.105 En sirkel har areal $49\pi\,\text{cm}^2$. Hvor stor er radien?

2.106 Finn volumet av en kule med radius 2 cm. Svar eksakt.

2.107 Petter sier at volumet av en terning blir dobbelt så stort når siden dobles. Hva er riktig?

2.108 Hva blir utskriften? Hva betyr svaret?

Python

```
a = 1
while a**3 < 500:
    a = a + 1
print(a)
```

2.109 Svingetiden til en pendel er omtrent $T = 2\sqrt{L}$ sekunder, der L er lengden i meter.

a) Finn T når $L = 9$.

b) Hvor lang må pendelen være for at $T = 10$?

2.110 Radien i en ballong øker med 10 %. Hvor mange prosent øker volumet? Du kan bruke kalkulator.

Fasit

2.1.1 Bokstavuttrykk

2.1
a) $9x + 5$
b) $2a - 4b$
c) $-2x^2 + 5x$

2.2
a) $5x - 10$
b) $-6a - 12$
c) $2x^2 + 6x$
d) $x - 4$

2.3
a) $4x + 4 - 3x + 6 = x + 10$
b) $6a - 2b - a + 5b = 5a + 3b$

2.4
a) $12 - 4 + 5 = 13$
b) $12 + 4 + 5 = 21$

2.5
$25 - 30 + 9 = 4$

2.6
a) $x^2 + 7x + 10$
b) $x^2 + x - 12$
c) $3x^2 - 5x - 2$
d) $a^2 + ab - 2b^2$

2.7
a) Uttrykk
b) Likning
c) Identitet
d) Funksjon

2.8
a) Ja
b) Nei, $x = 1$ gir 9 og 5.
c) Ja

2.9
Minus foran parentesen gjelder også 2: $7 - x - 2 = 5 - x$.

2.10
$x + x + 2 + 2x - 1 = 4x + 1$

2.11
$x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$

2.12
$\frac{2(x+5)-4}{2} - x = \frac{2x+6}{2} - x = x + 3 - x = 3$

2.13
1 3 3, 2 6 6 og 3 9 9. Det tyder på at $3(x - 2) + 6 = 3x$ er en identitet, og det stemmer: $3x - 6 + 6 = 3x$.

2.14
$n^2 + 3n + 2 - n^2 - 3n = 2$

2.15
$(x^2 - 1)(x + 2) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

2.2.1 Kvadratsetningene

2.16
a) $x^2 + 12x + 36$
b) $x^2 - 10x + 25$
c) $x^2 - 49$

2.17
a) $4x^2 + 12x + 9$
b) $9a^2 - 6a + 1$
c) $16x^2 - 25$

2.18
a) $a^2 + 4ab + 4b^2$
b) $x^2 - 2xy + y^2$
c) $4a^2 - 9b^2$

2.19
a) $1600 + 80 + 1 = 1681$
b) $1600 - 80 + 1 = 1521$
c) $10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$

2.20
a) $900 - 1 = 899$
b) $3600 - 4 = 3596$
c) $1\,000\,000 - 1 = 999\,999$

2.21
a) $12x$
b) $x^2 - 25 - x^2 + 10x - 25 = 10x - 50$
c) $2x^2 + 4x + 2 - x^2 + 4 = x^2 + 4x + 6$

2.22
a) 4 og 16
b) 2 og 12

2.23
Det midterste leddet mangler, og det siste leddet skal være $+16$: $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$.

2.24
$(x + 3)^2 - x^2 = 6x + 9$

2.25
0 fem ganger. Det tyder på at $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$, som er første kvadratsetning.

2.26
$(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab$

2.27
$(a - b)^2 \geqslant 0$, og $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Altså er $a^2 - 2ab + b^2 \geqslant 0$, det vil si $a^2 + b^2 \geqslant 2ab$.

2.28
$x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 2$

2.29
$(1 + 0{,}01)^2 = 1 + 0{,}02 + 0{,}0001 = 1{,}0201$

2.3.1 Faktorisering

2.30
a) $3(x + 4)$
b) $5(2a - 3)$
c) $x(x - 5)$
d) $3x(2x + 3)$

2.31
a) $2ab(2a - 3b)$
b) $x^2(x + 1)$

2.32
a) $(x + 2)(x + 4)$
b) $(x + 4)(x + 5)$
c) $(x - 2)(x - 5)$

2.33
a) $(x + 4)(x - 3)$
b) $(x - 5)(x + 2)$
c) $(x - 5)(x + 4)$

2.34
a) $x^2(x + 3) + 2(x + 3) = (x^2 + 2)(x + 3)$
b) $a(b + 2) + 3(b + 2) = (a + 3)(b + 2)$

2.35
a) $2(x + 3)(x + 4)$
b) $5(x - 3)(x + 2)$

2.36
$(x + 7)(x - 3)$, siden $7 - 3 = 4$ og $7 \cdot (-3) = -21$.

2.37
$6x$ delt på $3x$ er 2. Riktig er $3x(x - 2)$.

2.38
$x + 3$ og $x + 4$

2.39
a) $x(x - 5) = 0$ gir $x = 0$ eller $x = 5$.
b) $x = 2$ eller $x = -7$

2.40
-5 3 og 3 -5. Altså er $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$.

2.41
$(x^2 - 1)(x^2 - 9)$

2.42
$m \cdot n = 12$ gir parene $(1, 12)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$ og de negative. Altså er $b = \pm 13$, ± 8 eller ± 7.

2.43
$n^2 + n = n(n + 1)$, produktet av to tall på rad. Ett av dem er et partall.

2.4.1 Faktorisering med kvadratsetningene

2.44
a) $(x + 8)(x - 8)$
b) $(4x + 3)(4x - 3)$
c) $(1 + a)(1 - a)$

2.45
a) $(2a+5b)(2a-5b)$
b) $(xy+1)(xy-1)$

2.46
a) $(x+5)^2$
b) $(x-6)^2$
c) $(3x+1)^2$
d) $(2x-5)^2$

2.47
a) $5(x+2)(x-2)$
b) $x(x+5)(x-5)$
c) $3(x+3)^2$

2.48
a) $2x(x^2-4x+4) = 2x(x-2)^2$
b) $(x^2+9)(x^2-9) = (x^2+9)(x+3)(x-3)$

2.49
a) Ja, $(x+10)(x-10)$
b) Nei, det er en sum.
c) Ja, $(2x+1)(2x-1)$

2.50
a) Ja, $(x+3)^2$
b) Nei, det er $(x+2)(x+4)$.
c) Ja, $(x-2)^2$

2.51
a) $c = 7^2 = 49$
b) $b = 10$ eller $b = -10$

2.52
a) $100 \cdot 34 = 3400$
b) $20 \cdot 10 = 200$
c) $1999 \cdot 1 = 1999$

2.53
$9x^2 = (3x)^2$. Riktig er $(3x+2)(3x-2)$.

2.54
$(x-a)(x-b)$ er null for $x = a$. Men $x^2+4 \geqslant 4$ for alle x, så det er aldri null.

2.55
$\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$

2.56
`0 0`, `-9 -9` og `0 0`.

2.57
$n^2-1 = (n-1)(n+1)$. Når n er et oddetall, er $n-1$ og $n+1$ to partall som følger etter hverandre. Det ene av dem er delelig med 4, og det andre med 2, så produktet er delelig med 8.

2.5.1 Forkorte rasjonale uttrykk

2.58
a) $x = 4$
b) $x = -5$ og $x = 5$
c) $x = -4$

2.59
a) $x+2$
b) $x-2$
c) $3a$

2.60
a) $x+4$
b) $x-1$

2.61
a) $x+4$
b) $x-3$

2.62
a) $\dfrac{x-5}{x+5}$
b) $\dfrac{2}{x-3}$
c) $\dfrac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)} = \dfrac{x+2}{x+3}$

2.63
a) -1
b) $\dfrac{x-4}{(4-x)(4+x)} = -\dfrac{1}{x+4}$

2.64
a) Nei
b) Ja, til x
c) Nei

2.65
x^2+4 kan ikke faktoriseres, så det er ingen felles faktor. $(x+2)^2 = x^2+4x+4$, ikke x^2+4. Brøken kan ikke forkortes.

2.66
I $\dfrac{3x}{3}$ er 3 en faktor i telleren, og brøken kan forkortes til x. I $\dfrac{x+3}{3}$ er 3 et ledd, og brøken kan ikke forkortes.

2.67
a) $\dfrac{x(x+2)(x-2)}{x(x+2)} = x-2$
b) $\dfrac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{a-b}{a+b}$
c) $\dfrac{x(x+5)}{(x+5)(x-5)} = \dfrac{x}{x-5}$

2.68
`7.0`, `8.0` og `9.0`, altså $x+3$.

2.69
For alle x unntatt $x = 2$, der brøken ikke er definert.

2.5.2 Regning med rasjonale uttrykk

2.70
a) $\dfrac{x}{2}$
b) $2b$
c) $\dfrac{x}{5} \cdot \dfrac{10}{x^2} = \dfrac{2}{x}$

2.71
a) $\dfrac{7}{x}$
b) $\dfrac{3x+2x}{12} = \dfrac{5x}{12}$
c) $\dfrac{2+1}{6x} = \dfrac{1}{2x}$

2.72
a) $\dfrac{6-1}{2x} = \dfrac{5}{2x}$
b) $\dfrac{a^2+b^2}{ab}$

2.73
a) $\dfrac{2x+1}{x(x+1)}$
b) $\dfrac{2x-(x-1)}{x(x-1)} = \dfrac{x+1}{x(x-1)}$

2.74
a) $\dfrac{2x}{x^2-4}$
b) $\dfrac{x-3}{x-3} = 1$

2.75
a) $\dfrac{(x+2)(x-2)\cdot 6x^2}{3x(x+2)} = 2x(x-2)$
b) $\dfrac{x+1}{(x+3)(x-3)} \cdot \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{1}{x-3}$

2.76
$\dfrac{3+(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{x+5}{x^2-4}$

2.77
Tellere og nevnere kan ikke legges sammen hver for seg. Riktig er $\dfrac{x}{2x} + \dfrac{2}{2x} = \dfrac{x+2}{2x}$.

2.78
$\dfrac{x+2}{x(x+2)} - \dfrac{x}{x(x+2)} = \dfrac{2}{x(x+2)}$

2.79
Gang teller og nevner med x: $\dfrac{x-1}{x+1}$.

2.80
Begge linjene er $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$.
Python skriver `0.45`.

2.81
$\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{10} = \dfrac{2}{5}$

2.82
$\dfrac{A(x+1)+B(x-1)}{x^2-1}$. Telleren skal være 1 for alle x: $A+B=0$ og $A-B=1$, så $A = \dfrac{1}{2}$ og $B = -\dfrac{1}{2}$.

2.6.1 Sette opp og bruke formler

2.83
a) $40\,\text{cm}^2$
b) $26\,\text{cm}$

2.84
a) $32\,^\circ\,\text{F}$
b) $212\,^\circ\,\text{F}$
c) $-40\,^\circ\,\text{F}$

2.85
$60 + 140 = 200$ kr

2.86
$P = 300 + 1{,}2\,k$. For 500 kWh: $300 + 600 = 900$ kr.

2.87
V, r og h er variabler. π (og eksponenten 2) er konstanter.

2.88
a) $y = 4x + 3$
b) y øker med 6 når x øker med 2, så $y = 3x + 10$.

2.89
a) $A = 49 + 2g$ og $B = 149$
b) $49 + 2g = 149$ gir $g = 50$.

2.90
$P = 45 + 8x$

2.91
a) $P = 200v + 120b$
b) $600 + 240 = 840$ kr

2.92
$4x - 1$ meter

2.93
0 60, 5 130, 10 200, 15 270 og 20 340. En tur på 15 km koster 270 kr.

2.94
a) $180 \cdot 4 = 720^\circ$
b) $180(n-2) = 1080$ gir $n - 2 = 6$, så $n = 8$.

2.95
$P = 5e + 7p$. $50 + 28 = 78$ kr.

2.6.2 Formler med potenser og røtter

2.96
a) 5 m
b) 125 m
c) 1,25 m

2.97
$V = 64\,\text{cm}^3$ og $O = 6 \cdot 16 = 96\,\text{cm}^2$

2.98
a) $16\pi\,\text{cm}^2$
b) $100\pi\,\text{cm}^2$

2.99
$\frac{4}{3}\pi \cdot 27 = 36\pi\,\text{cm}^3$

2.100
a) Arealet 4 ganger, volumet 8 ganger.
b) Arealet 100 ganger, volumet 1000 ganger.

2.101
$12 \cdot 100^2\,\text{cm}^2 = 120\,000\,\text{cm}^2 = 12\,\text{m}^2$

2.102
a) $t^2 = 4$, $t = 2$ s
b) $t^2 = 36$, $t = 6$ s

2.103
a) 6 cm
b) 10 cm

2.104
a) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$
b) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$

2.105
$r^2 = 49$, så $r = 7$ cm.

2.106
$\frac{4}{3}\pi \cdot 8 = \frac{32\pi}{3}\,\text{cm}^3$

2.107
$(2a)^3 = 8a^3$. Volumet blir 8 ganger så stort.

2.108
8. $7^3 = 343 < 500$ og $8^3 = 512$. Den minste terningen med hel side og volum minst 500 har side 8.

2.109
a) $2 \cdot 3 = 6$ s
b) $\sqrt{L} = 5$, så $L = 25$ m.

2.110
Volumet ganges med $1{,}1^3 = 1{,}331$, altså en økning på 33,1 %.